### *Materialblatt:* *Umwandlung eines NEA in einen DEA*

Zu jedem nichtdeterministischen endlichen Automaten (NEA) gibt es einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten (DEA), der dieselbe reguläre Sprache erkennt. Die Entwicklung dieses DEA erfolgt mit der *Potenzmengenkonstruktion* aus dem NEA.

**Potenzmengenkonstruktion am Beispiel**

Das folgende Beispiel zeigt die Umwandlung des nichtdeterministischen, endlichen Automaten (NEA) A1 in den deterministischen endlichen Automaten (DEA) A2. Beide Automaten sollen alle Binärzahlen akzeptieren, die drei aufeinanderfolgende Einsen enthalten.

***Automat A1 (NEA):***

Macintosh HD:Users:Averroes:Desktop:BSP-NEA.emfEingabealphabet: A = {0,1}

Zuständen: Z = {q0,q1,q2,q3}

Anfangszustand: q0

Endzustände: E = {q3}

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Zustand | <Zeichen> | <Zeichen> | ... |
| {...} | {...} | {...} | ... |
| {...} | {...} | {...} | ... |
| ... | ... | ... | ... |

Aus dem NEA wird schrittweise die Zustandsübergangstabelle des äquivalente DEA aufgebaut. Diese Tabelle besteht aus einer Spalte *Zustand* und je einer Spalte für jedes Eingabezeichen, in welcher der Folgezustand eingetragen wird, in den der Automat wechselt, wenn im Zustand, der in der ersten Spalte angegeben ist, das entsprechende Zeichen der Spalte kommt. Jeder Zustand des DEA ist eine Menge von Zuständen des NEA.

|  |
| --- |
| ***Verfahren zur Umwandlung***  Der Startzustand des DEA ist die Menge, die genau den Startzustand des NEA enthält. Sie wird in der neuen Zustandsübergangstabelle in der ersten Zeile in die Spalte *Zustand* eingetragen. Anschließend wird für jedes Eingabezeichen geprüft, in welche Zustände der NEA von dem Zustand bzw. den Zuständen der aktuellen Zustandsmenge aus gelangen kann. Daraus ergeben sich die neuen Zustandsmengen, in die gewechselt wird.  Die neuen Zustandsmengen, die in den Spalten unter den Eingabezeichen stehen, werden dann in die Spalte *Zustand* übertragen, sofern sie dort noch nicht aufgeführt sind. Mit ihnen wird analog verfahren, bis die Übergangstabelle vollständig ist, d. h. keine Zustandsmenge mehr endstanden ist, die nicht bereits in der Spalte *Zustand* aufgeführt ist. Die akzeptierenden Zustände des DEA sind dann alle Mengen, in denen mindestens ein Endzustand des ursprünglichen NEA enthalten ist. |

Der erste Zustand des DEA A2 zum NEA A1 ist die Menge {q0}, d. h. die Menge, die nur den Startzustand des NEA enthält.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zustand | 0 | 1 |
| {q0} | {q0} | {q0,q1} |
| {q0,q1} | ... | ... |

Die Menge {q0} wird in die erste Zeile der Zustandsübergangstabelle in die Spalte *Zustand* eingetragen. Im Zustand q0 bleibt der NEA mit dem Zeichen 0 in q0. Daher erfolgt der Eintrag {q0} in der Spalte für das Zeichen 0. Des Weiteren bleibt der NEA vom Zustand q0 aus mit dem Zeichen 1 in q0 oder wechselt in q1. Daher der Eintrag {q0,q1} in der Spalte für das Zeichen 1.

Der neue Zustand {q0,q1} wird in Zeile 2 der Spalte *Zustand* eingetragen und analog bearbeiten.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zustand | 0 | 1 |
| {q0} | {q0} | {q0,q1} |
| {q0,q1} | {q0} | {q0,q1,q2} |
| {q0,q1,q2} | ... | ... |

In der zweiten Zeile wird der Zustand {q0,q1} bearbeitet. Mit dem Zeichen 0 bleibt der NEA im Zustand q0. Im Zustand q1 ist kein Übergang für das Zeichen 0 angegeben. Daher der Eintrag {q0} in der Spalte für das Zeichen 0. Mit dem Zeichen 1 bleibt der NEA im Zustand q0 in q0 oder wechselt in q1. Im Zustand q1 wechselt er in q2. Daher erfolgt der Eintrag {q0,q1,q2} in der Spalte für das Zeichen 1. Der neue Zustand {q0,q1,q2} wird in die Spalte *Zustand* übertragen und analog bearbeitet.

Zu dem oben gegebene NEA A1 ergibt sich auf diese Weise die folgenden Zustandsübergangstabelle des äquivalente DEA A2. Die Zustandsmengen werden am Ende noch neu benannt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Zustand | 0 | 1 |  | Benennung der Zustände: |
| {q0} | {q0} | {q0,q1} |  | s0 = {q0} |
| {q0,q1} | {q0} | {q0,q1,q2} |  | s1 = {q0,q1} |
| {q0,q1,q2} | {q0} | {q0,q1,q2,q3} |  | s2 = {q0,q1,q2} |
| {q0,q1,q2,q3} | {q0,q3} | {q0,q1,q2,q3} |  | s3 = {q0,q1,q2,q3} |
| {q0,q3} | {q0,q3} | {q0,q1,q3} |  | s4 = {q0,q3} |
| {q0,q1,q3} | {q0,q3} | {q0,q1,q2,q3} |  | s5 = {q0,q1,q3} |

Aus der so entwickelten Zustandsübergangstabelle ergibt sich der folgende mit dem anfänglichen NEA äquivalente DEA:

Macintosh HD:Users:Averroes:Desktop:BSP-DEA.emf

***Automat A2 (DEA):***

Eingabealphabet: A = {0,1}

Zuständen: Z = {s0,s1,s2,s3,s4,s5}

Anfangszustand: s0

Endzustände: E = {s3,s4,s5}

Der Automat A2 zeigt, dass ein Automat als Ergebnis einer Potenzmengenkonstruktion nicht immer ein minimaler DEA sein muss. Befindet sich der Automat A2 im Zustand s3, so bleibt er bei jedem weiteren Zeichen des Eingabealphabets in einem Endzustand. Er lässt sich daher zum Automaten A3 vereinfachen.

Macintosh HD:Users:Averroes:Desktop:BSP-DEAmin.emf***Automat A3 (minimaler DEA)***

Eingabealphabet: A = {0,1}

Zuständen: Z = {s0,s1,s2,s3}

Anfangszustand: s0

Endzustände: E = {s3}