

**Kernlehrplan
für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8)
in Nordrhein-Westfalen**

Mathematik

Ungültig

Ungültig

ISBN 978-3-89314-824-0

Heft 3401 (G8)

Herausgegeben vom
Ministerium für Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen
Völklinger Str. 49

Copyright by Ritterbach Verlag GmbH, Frechen

Druck und Verlag: Ritterbach Verlag
Rudolf-Diesel-Str. 57, 50226 Frechen
Telefon (0 22 34) 18 66-0, Fax (0 22 34) 18 66 90
www.ritterbach.de

1. Auflage 2007

Vorwort

Schulen brauchen Gestaltungsspielräume. Nur dann können der Unterricht und die Erziehungsangebote den jeweiligen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schülern gerecht werden. Im Mittelpunkt der Erneuerung der Schulen steht daher die eigenverantwortliche Schule. Sie legt selbst die Ziele der innerschulischen Qualitätsentwicklung fest und entscheidet, wie die grundlegenden Vorgaben des Schulgesetzes erfüllt und umgesetzt werden.

Dennoch bleibt auch die eigenverantwortliche Schule in staatlicher Verantwortung. Notwendig sind allgemein verbindliche Orientierungen über die erwarteten Lernergebnisse und regelmäßige Überprüfungen, inwieweit diese erreicht werden.

In Nordrhein-Westfalen wurde deshalb in den letzten Jahren ein umfassendes System der Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung aufgebaut. Ein wichtiges Element dieses Systems sind an länderübergreifenden Bildungsstandards orientierte Kernlehrpläne. Sie stehen in einem engen Zusammenhang mit den zentralen Abschlussprüfungen, den Lernstandserhebungen und der Qualitätsanalyse.

Kernlehrpläne wurden erstmalig 2004 in Nordrhein-Westfalen als neue Form kompetenzorientierter Unterrichtsvorgaben eingeführt. Sie wurden zunächst für die Schulformen der Sekundarstufe I in den Fächern Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache entwickelt. Für das Gymnasium liegen nun überarbeitete Fassungen vor, die die Schulzeitverkürzung berücksichtigen.

Im Regelfall wird in den Gymnasien das Abitur nunmehr statt nach neun nach acht Jahren erreicht. Diese Verkürzung der Schulzeit ist ein wichtiger Schritt, um die Chancen unserer Schülerinnen und Schüler im nationalen und internationalen Vergleich zu sichern. Ein verantwortlicher Umgang mit der Lern- und Lebenszeit junger Menschen erfordert eine Anpassung der schulischen Ausbildungszeiten an die entsprechenden Regelungen in den meisten europäischen Staaten.

Darüber hinaus ermöglicht der in den Grundschulen inzwischen verbindlich verankerte systematische Englischunterricht eine Vorverlegung des Fremdsprachenlernens in der Sekundarstufe I. Der Unterricht in einer zweiten Fremdsprachen beginnt in den Gymnasien jetzt spätestens in Klasse 6, eine dritte Fremdsprache wird ab Klasse 8 angeboten.

Diesen Änderungen wurde im Rahmen der Überarbeitung der Kernlehrpläne für das Gymnasium Rechnung getragen. Dabei wurden die bekannten Formate und Strukturen der Kernlehrpläne beibehalten und fortgeführt. Im Hinblick auf den verkürzten Bildungsgang kam es zu einer Konzentration und Straffung der Kompetenzvorgaben und obligatorischen Unterrichtsinhalte.

Die vorliegenden Kernlehrpläne stellen damit eine tragfähige und innovative Grundlage dar, um die Qualität des gymnasialen Bildungsgangs auch in Zukunft sichern und weiter entwickeln zu können.

Ich danke allen, die an der Überarbeitung der Kernlehrpläne mitgearbeitet haben, für ihre engagierten Beiträge.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "B. Sommer".

Barbara Sommer

Ministerin für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen

Ungültig

**Auszug aus dem Amtsblatt
des Ministeriums für Schule, Wissenschaft und Forschung
des Landes Nordrhein-Westfalen
Teil 1 Nr. 7/2007**

**Sekundarstufe I – Gymnasium
Richtlinien und Lehrpläne**

RdErl. d. Ministeriums
für Schule und Weiterbildung
v. 14.6.07 - 525 - 6.08.01.13 - 55941

Für die Sekundarstufe I der Gymnasien werden hiermit Kernlehrpläne für die Fächer Deutsch, Englisch, Mathematik gemäß § 29 SchulG (BASS 1-1) festgesetzt.

Sie treten zum 1. August 2007 für alle Klassen des verkürzten Bildungsgangs bis zum Abitur in Kraft.

Für alle Klassen des nicht verkürzten Bildungsgangs bis zum Abitur bleiben die bisher gültigen Kernlehrpläne weiterhin in Kraft.

Die Richtlinien für das Gymnasium in der Sekundarstufe I gelten unverändert fort.

Die Veröffentlichung der Kernlehrpläne erfolgt in der Schriftenreihe "Schule in NRW":

Heft 3409 (G8) Deutsch
3417 (G8) Englisch
3401 (G8) Mathematik

Die vom Verlag übersandten Hefte sind in die Schulbibliothek einzustellen und dort auch für die Mitwirkungsberechtigten zur Einsichtnahme bzw. zur Ausleihe verfügbar zu halten.

Zum 31. Juli 2010 treten die bisher gültigen Lehrpläne für die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik in der Sekundarstufe I des Gymnasiums außer Kraft.

Der Runderlass wird im ABI.NRW veröffentlicht, eine Veröffentlichung in den Amtlichen Schulblättern ist nicht zugelassen.

Ungültig

| Inhalt | Seite |
|---|-----------|
| Vorbemerkungen: Kernlehrpläne als kompetenzorientierte Unterrichtsvorgaben | 9 |
| 1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts | 11 |
| 2 Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I | 13 |
| 3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 9 | 17 |
| 3.1 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 | 18 |
| 3.2 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 | 23 |
| 3.3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 | 28 |
| 3.4 Überblick über die Jahrgangsstufen | 32 |
| 4 Muster- und Modellaufgaben | 35 |
| 5 Leistungsbewertung | 36 |

Ungültig

Vorbemerkungen: Kernlehrpläne als kompetenzorientierte Unterrichtsvorgaben

Im Jahr 2004 wurden erstmals in Nordrhein-Westfalen Kernlehrpläne eingeführt. Mit dieser neuen Form kompetenzorientierter Unterrichtsvorgaben werden die von der Kultusministerkonferenz verabschiedeten nationalen Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss aufgegriffen und in Nordrhein-Westfalen umgesetzt. Kernlehrpläne beschreiben das Abschlussprofil am Ende der Sekundarstufe I und legen Kompetenzerwartungen fest, die als Zwischenstufen am Ende bestimmter Jahrgangsstufen erreicht sein müssen.

Kernlehrpläne sind ein wichtiges Element eines zeitgemäßen und umfassenden Gesamtkonzepts für die Entwicklung und Sicherung der Qualität schulischer Arbeit. Sie bieten allen an Schule Beteiligten Orientierungen darüber, welche Kompetenzen zu bestimmten Zeitpunkten im Bildungsgang verbindlich erreicht werden sollen, und bilden einen Rahmen für die Bewertung der erreichten Ergebnisse. In diesem Zusammenhang stellen die Kernlehrpläne auch eine wichtige Grundlage für die Konzeption der Lernstandserhebungen und zentralen Prüfungen dar.

Aufgrund der Neufassung von § 10 Abs. 3 des Schulgesetzes, der die Schulzeitverkürzung am Gymnasium über eine Verkürzung der Sekundarstufe I realisiert, endet die Sekundarstufe I an den Gymnasien nunmehr mit dem Ende von Klasse 9. Um den veränderten Rahmenbedingungen in angemessener Form Rechnung zu tragen, erfolgt im neuen Kernlehrplan

- die Ausweisung und Fokussierung auf die bis zum Ende der Sekundarstufe I zu erreichenden Standards,
- eine modifizierte Verteilung der erwarteten Kompetenzen in den Jahrgangsstufen 7 bis 9 sowie
- eine Überführung der über den mittleren Schulabschluss hinausgehenden Anforderungen in die Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe.

Bei der Anpassung der Kernlehrpläne an den verkürzten Bildungsgang des Gymnasiums wurde die bereits bewährte Konzeption der Kernlehrpläne beibehalten.

Kernlehrpläne

- sind kompetenzorientierte Lehrpläne, bei denen die erwarteten Lernergebnisse im Mittelpunkt stehen,
- beschreiben die erwarteten Lernergebnisse in Form von fachbezogenen Kompetenzen, die fachdidaktisch begründeten Kompetenzbereichen zugeordnet sind,
- zeigen, in welchen Stufungen diese Kompetenzen im Unterricht in der neuen Sekundarstufe I erreicht werden können, indem sie die erwarteten Kompetenzen am Ende der Klassen 6, 8 und 9 näher beschreiben,

- beschränken sich dabei auf wesentliche Kenntnisse und Fähigkeiten sowie die mit ihnen verbundenen Inhalte und Themen, die für den weiteren Bildungsweg unverzichtbar sind,
- bestimmen durch die Ausweisung von verbindlichen Erwartungen auch Bezugspunkte für die Überprüfung der Lernergebnisse und Leistungsstände in der schulischen Leistungsbewertung - einschließlich Lernstandserhebungen und zentrale Prüfungen,
- schaffen so die Voraussetzungen, um definierte Anspruchsniveaus an der Einzelschule sowie im Land zu sichern.

Indem Kernlehrpläne sich auf die zentralen Kompetenzen beschränken, geben sie den Schulen die Möglichkeit, sich auf diese zu konzentrieren und ihre Beherrschung zu sichern. Die Schulen können dabei entstehende Freiräume zur Vertiefung und Erweiterung der aufgeführten Kompetenzen und Inhalte und damit zu einer schulbezogenen Schwerpunktsetzung nutzen.

Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz sind auf den mittleren Schulabschluss bezogen und insofern schulformübergreifend angelegt, um für den gleichen Abschluss auch ein einheitliches Niveau zu sichern. Die Kernlehrpläne greifen die in den KMK-Standards enthaltenen schulformübergreifenden Ansprüche auf und berücksichtigen gleichzeitig die Besonderheiten der einzelnen Schulformen und Bildungsgänge. Diesen wird in der Beschreibung der Standards und in der Art des methodischen Zugriffs Rechnung getragen. Beispielhafte Aufgabenstellungen im Bildungsserver learn-line verdeutlichen die konkreten, zum Teil unterschiedlichen Kompetenzerwartungen (www.kernlehrplaene.nrw.de).

Die vorgelegten Kernlehrpläne für das Gymnasium und die in ihnen enthaltenen Standards stellen einen weiteren Schritt auf einem längeren Entwicklungsweg dar. Die aus den Bildungsstandards der KMK abgeleiteten Kompetenzbeschreibungen für die Kernlehrpläne beziehen sich vorerst auf ein mittleres Anspruchsniveau (Regelstandards). Perspektivisch sollen sowohl für die KMK-Bildungsstandards wie für die Bildungsstandards in den Kernlehrplänen Kompetenzstufen auf der Basis empirisch und fachdidaktisch geklärter Kompetenzstufenmodelle ausgewiesen werden. Auf dieser Basis können dann das angestrebte Mindestniveau (Mindeststandards), der Regelfall und ein Exzellenzniveau ausgewiesen werden. Die Kultusministerkonferenz hat dazu das Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) gegründet, das solche Kompetenzstufen im Laufe der nächsten Jahre entwickelt und überprüft. Die landeseigenen Lernstandserhebungen geben hierzu ebenfalls bereits erste Hinweise.

Die bisherigen Richtlinien des Gymnasiums bleiben bis auf weiteres in Kraft. Sie beschreiben die Aufgaben und Ziele der Schulform in der Sekundarstufe I und enthalten auch die jeweils spezifischen Hinweise zum Lehren und Lernen.

1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts

Schülerinnen und Schüler sollen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I

- Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur mithilfe der Mathematik wahrnehmen und verstehen (*Mathematik als Anwendung*),
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen verstehen und weiterentwickeln (*Mathematik als Struktur*) sowie
- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen auch überfachliche Kompetenzen erwerben und einsetzen (*Mathematik als kreatives und intellektuelles Handlungsfeld*).

Hierbei erkennen sie, dass Mathematik eine historisch gewachsene Kulturleistung darstellt. Zugleich erleben sie Mathematik als intellektuelle Herausforderung und als Möglichkeit zur individuellen Selbstentfaltung und gesellschaftlichen Teilhabe. Sie entwickeln **personale und soziale Kompetenzen**, indem sie lernen

- gemeinsam mit anderen mathematisches Wissen zu entwickeln und Probleme zu lösen (*Kooperationsfähigkeit als Voraussetzung für gesellschaftliche Mitgestaltung*) sowie
- Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und bewusst Lernstrategien einzusetzen (*selbstgesteuertes Lernen als Voraussetzung für lebenslanges Lernen*).

Mathematische Grundbildung umfasst die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen, die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben. Sie beinhaltet insbesondere die Kompetenz des problemlösenden Arbeitens in inner- und außermathematischen Kontexten. Grundlegend dafür ist die Fähigkeit, komplexe Probleme zu strukturieren sowie reale Probleme in geeigneter Weise mathematisch zu beschreiben, also Modelle zu bilden und zu nutzen. Ebenso gehört zur mathematischen Grundbildung die Fähigkeit, mit anderen über mathematische Fragestellungen zu kommunizieren, d.h. eigene Ideen zu präsentieren und zu begründen sowie die Argumente anderer aufzunehmen.

Diese *Kompetenzen* bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten Fragestellungen aus den Kernbereichen des Faches Mathematik heraus: Die Mathematik erfasst ebene und räumliche Gebilde mit Mitteln der *Geometrie*. Für die Operationen mit Zahlen in der *Arithmetik* hat die Mathematik die Formelsprache der *Algebra* entwickelt, mit der sich Gesetzmäßigkeiten des Zahlenrechnens darstellen und flexibel nutzen lassen. Zu den Leistungen der Mathematik gehört ferner, dass sie sowohl systematische Abhängigkeiten von Zahlen und Größen mit dem Begriff der *Funktion*, aber auch zufällige Ereignisse mit dem Begriff der *Wahrscheinlichkeit* beschreiben kann.

Mathematische Grundbildung zeigt sich also im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Prozessbezogene Kompetenzen, wie z. B. das Problemlösen oder das Modellieren, werden immer nur bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen erworben und weiterentwickelt.

| fachbezogene Kompetenzen | | | | | |
|---|---------------------------------|---|---|------------------------|---|
| prozessbezogene Kompetenzen | | | inhaltsbezogene Kompetenzen | | |
|  | Argumentieren/ Kommunizieren | kommunizieren, präsentieren und argumentieren | $\frac{x+y}{2}$ | Arithmetik/ Algebra | mit Zahlen und Symbolen umgehen |
|  | Problemlösen | Probleme erfassen, erkunden und lösen |  | Funktionen | Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden |
|  | Modellieren | Modelle erstellen und nutzen |  | Geometrie | ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen |
|  | Werkzeuge | Medien und Werkzeuge verwenden |  | Stochastik | mit Daten und Zufall arbeiten |

Die hier genannten Bereiche mathematischer Kompetenzen werden im Folgenden durch eine Beschreibung von Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I (Kapitel 2) sowie durch eine Darstellung von Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 9 (Kapitel 3) konkretisiert. Diese Kernkompetenzen sollen Schülerinnen und Schüler nachhaltig und nachweislich erworben haben.

Die **inhaltliche und methodische Gestaltung** eines Unterrichts, in dem Schülerinnen und Schüler eine solche mathematische Grundbildung erwerben können, ist als Gesamtaufgabe aufzufassen. Inhalte und Methoden des Unterrichts sind eng aufeinander bezogen. Eine einseitig kleinschrittige Methodik, die entlang einer vorgegebenen Stoffsystematik eine Engführung der Lernenden betreibt, ist nicht geeignet, junge Menschen verständnisorientiert in mathematisches Denken einzuführen. Der Unterricht soll Schülerinnen und Schüler bei der verständnisorientierten Auseinandersetzung mit Mathematik unterstützen. Er soll hierzu eine breite Palette unterschiedlichster Unterrichtsformen aufweisen, die von einer lehrerbezogenen Wissensvermittlung bis hin zu einer selbstständigen Erarbeitung neuer Inhalte reicht. Zudem darf er sich nicht auf die nachvollziehbare Anwendung von Verfahren und Kalkülen beschränken, sondern muss in komplexen Problemkontexten entdeckendes und nacherfindendes Lernen ermöglichen. Er sollte inner- und außermathematische Fragestellungen vernetzen und sich dabei an zentralen mathematischen Ideen (Zahl, Messen, räumliches Strukturieren, Algorithmus, Zufall) orientieren. Dieses Vorgehen erlaubt es auch, sich im Unterricht auf Wesentliches zu konzentrieren, ausgewählte Inhalte zu vertiefen und nach dem Prinzip der integrierenden Wiederholung bereits erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten zu festigen und zu vertiefen.

2 Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I

Für das Ende der Sekundarstufe I am Gymnasium (Ende Jahrgang 9) werden im Folgenden die Kompetenzen ausgewiesen, über die alle Schülerinnen und Schüler verfügen, die mit Erfolg am Mathematikunterricht teilgenommen haben. Die Schülerinnen und Schüler sollen in der Lage sein, diese Kompetenzen für ihre persönliche Lebensgestaltung, ihren weiteren Bildungsweg und ihr berufliches Leben zu nutzen.

Diese für den Mathematikunterricht in Nordrhein-Westfalen verbindlichen Kompetenzen werden in enger Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK im Fach Mathematik für den **mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife)** beschrieben. Hierdurch soll die Vergleichbarkeit der fachlichen Anforderungen für diesen Abschluss in allen Schulformen der Sekundarstufe I gesichert werden.

Der Mathematikunterricht der Jahrgangsstufen 5 bis 9 an Gymnasien hat zur Aufgabe, Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu vermitteln, über die Schülerinnen und Schüler nachhaltig und verlässlich im Sinne mathematischer Grundbildung verfügen können. Zugleich werden die Schülerinnen und Schüler auf die Anforderungen der gymnasialen Oberstufe so vorbereitet, dass sie auch Aufgaben- und Problemstellungen mit höherem Komplexitäts- und Vernetzungsgrad fachsystematisch sachgerecht bearbeiten können.

Die Schülerinnen und Schüler, die am Gymnasium die Jahrgangsstufe 9 erfolgreich abgeschlossen haben, verfügen über die folgenden Kompetenzen.



Argumentieren/Kommunizieren *kommunizieren, präsentieren und argumentieren*

Schülerinnen und Schüler teilen mathematische Sachverhalte zutreffend und verständlich mit und nutzen sie als Begründung für Behauptungen und Schlussfolgerungen.

- Sie entnehmen mathematische Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen (Lesekompetenz), strukturieren und bewerten sie.
- Sie erläutern mathematische Einsichten und Lösungswege mit eigenen Worten sowie geeigneten Fachbegriffen und präsentieren Überlegungen und Problembearbeitungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen und Vorträgen.
- Sie vernetzen Begriffe, indem sie Beziehungen zwischen Begriffen auch aus verschiedenen Bereichen herstellen, Beispiele angeben und Ober- und Unterbegriffe zuordnen.
- Sie nutzen verschiedene Arten des Begründens und Überprüfens (Plausibilität, Beispiele, Argumentationsketten).
- Sie vergleichen Lösungswege und Darstellungen, überprüfen und bewerten Problembearbeitungen.

Problemlösen

Probleme erfassen, erkunden und lösen

Schülerinnen und Schüler strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.

- Sie geben inner- und außermathematische Problemstellungen mit eigenen Wörtern wieder, erkunden sie, stellen Vermutungen auf und zerlegen Probleme in Teilprobleme.
- Sie nutzen verschiedene Darstellungsformen, mathematische Verfahren und nutzen Problemlösestrategien wie Überschlagen, Beispiele finden, systematisches Probieren, Schlussfolgern, Zurückführen auf Bekanntes und Verallgemeinern.
- Sie überprüfen und bewerten Lösungswege und Ergebnisse, auch die Möglichkeit mehrerer Lösungen.

Modellieren

Modelle erstellen und nutzen

Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.

- Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Terme, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagramme, Tabellen, Zufallsversuche) und ordnen mathematischen Modellen passende Realsituationen zu.
- Sie überprüfen und interpretieren die im mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen realen Situation, bewerten und verändern gegebenenfalls ihren Lösungsweg oder das Modell.

Werkzeuge

Medien und Werkzeuge verwenden

Schülerinnen und Schüler setzen klassische mathematische Werkzeuge und neue elektronische Werkzeuge und Medien situationsangemessen ein.

- Sie verwenden Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren.
- Sie nutzen Bücher, eine Formelsammlung und das Internet zur Informationsbeschaffung, dokumentieren eigene Arbeitsschritte in schriftlicher Form und verwenden unter anderem Tafel, Folien und Plakate zur Ergebnispräsentation.
- Sie setzen situationsangemessen den Taschenrechner ein und nutzen Geometriesoftware, Tabellenkalkulation und Funktionenplotter zum Erkunden inner- und außermathematischer Zusammenhänge.



Arithmetik/Algebra

mit Zahlen und Symbolen umgehen

Schülerinnen und Schüler besitzen einen Begriff von Zahlen, Größen und ihren Darstellungen, operieren sicher mit ihnen und verwenden die Symbolsprache der Mathematik sachgerecht.

- Sie verwenden Zahlen je nach Situation in unterschiedlichen Darstellungsformen (als Bruch, Dezimalzahl, Prozentzahl und in Zehnerpotenzschreibweise), ordnen und vergleichen sie.
- Sie rechnen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen, nutzen Rechengesetze und systematisches Zählen.
- Sie unterscheiden rationale und irrationale Zahlen.
- Sie arbeiten in Anwendungszusammenhängen sachgerecht mit Zahlen, Größen und Variablen und führen Schätzungen und Näherungsrechnungen durch.
- Sie lösen lineare Gleichungen und Gleichungssysteme, einfache quadratische Gleichungen, d.h. quadratische Gleichungen, auf die ein Lösungsverfahren (z.B. Faktorisieren, pq-Formel) unmittelbar angewendet werden kann, rechnerisch, grafisch oder durch Probieren.



Funktionen

Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden

Schülerinnen und Schüler besitzen ein grundlegendes Verständnis von funktionaler Abhängigkeit und nutzen ihre Kenntnisse zum Erfassen und Beschreiben von Beziehungen und Veränderungen in Mathematik und Umwelt.

- Sie identifizieren proportionale und antiproportionale Zuordnungen, wenden Dreisatz, Prozentrechnung und Zinsrechnung an und rechnen mit Maßstäben.
- Sie stellen funktionale Zusammenhänge – insbesondere lineare und quadratische – in sprachlicher Form, in Tabellen, als Grafen und in Termen dar.
- Sie wenden lineare, quadratische und exponentielle Funktionen zur Lösung von Problemstellungen an.
- Sie verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge.



Geometrie

ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen

Schülerinnen und Schüler erfassen Formen der Ebene und des Raumes und ihre Beziehungen in mathematischen Zusammenhängen sowie in der beobachteten Wirklichkeit und charakterisieren sie anhand ihrer grundlegenden Eigenschaften.

- Sie beschreiben ebene Figuren (Vielecke, Kreise) und Körper (Prismen, Zylinder, Kugeln, Kegel, Pyramiden), Lagebeziehungen und grundlegende Symmetrien mit angemessenen Fachbegriffen und identifizieren sie in ihrer Umwelt.

- Sie zeichnen und konstruieren ebene geometrische Figuren (auch im Koordinatensystem), skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Körpern und stellen Körpermodelle her.
- Sie schätzen und bestimmen Winkel, Längen, Flächeninhalte, Oberflächen und Volumina.
- Sie berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, der Definition von Sinus, Kosinus und Tangens, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras.
- Sie beschreiben und begründen Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen.



Stochastik *mit Daten und Zufall arbeiten*

Schülerinnen und Schüler erheben statistische Daten und werten sie aus. Sie beschreiben und beurteilen zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln.

- Sie planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme, Boxplots) und bewerten Darstellungen kritisch.
- Sie bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median) und Streumaße (Spannweite, Quartil) und interpretieren diese.
- Sie bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Laplace-Regel, Baumdiagrammen und Pfadregeln, nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten.

Die schuleigenen Lehrpläne und die Evaluation von Unterricht und Unterrichtsergebnissen sind an den oben stehenden Kompetenzprofilen auszurichten.

3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 9

Im Folgenden werden Kompetenzen benannt, die Schülerinnen und Schüler am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 9 nachhaltig und nachweislich erworben haben sollen. Sie legen die Art der fachlichen Anforderungen fest. Die Anforderungshöhe und der Komplexitätsgrad der fachlichen Anforderungen sind sowohl im Unterricht als auch in der Leistungsbewertung altersgemäß und mit Bezug auf die Anforderungen der Schulform zu konkretisieren. Kapitel 4 erläutert die Anforderungen an ausgewählten Muster- und Modellaufgaben.

Die hier benannten Kompetenzen gliedern sich nach den Bereichen des Faches und beschreiben dessen Kern. Sie bauen auf den in der Grundschule erworbenen Kompetenzen auf und machen eine Progression über die Jahrgangsstufen hinweg deutlich. Der Unterricht ist nicht allein auf den Erwerb dieser Kernkompetenzen beschränkt, sondern soll es Schülerinnen und Schülern ermöglichen, auf vielfältige Weise darüber hinausgehende Kompetenzen zu erwerben, weiterzuentwickeln und zu nutzen.

Kompetenzen werden im Unterricht nicht einzeln und isoliert erworben, sondern in wechselnden und miteinander verknüpften Kontexten. Der Unterricht muss dazu vielfältige, die Jahrgangsstufen durchziehende Lerngelegenheiten anbieten. Eine thematisch-inhaltliche Reihenfolge innerhalb der Jahrgangsstufen ist durch den Kernlehrplan nicht festgeschrieben.

Der Kernlehrplan bildet damit einerseits die verpflichtende Grundlage für die Erstellung der schuleigenen Lehrpläne. Andererseits eröffnet er Lehrerinnen und Lehrern weitgehende Freiheiten für die inhaltliche, thematische und methodische Gestaltung von Unterrichtsabläufen. Sie können Schwerpunkte setzen, thematische Vertiefungen und Erweiterungen vornehmen und dabei die Bedingungen der eigenen Schule und der jeweiligen Lerngruppe berücksichtigen.

Im Folgenden werden die fachbezogenen Kompetenzen getrennt nach prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen ausgewiesen. Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern jedoch immer nur in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Umgekehrt können sich inhaltsbezogene Kompetenzen nur entfalten, wenn Schülerinnen und Schüler übergreifende Kompetenzen aktivieren können. Mathematische Grundbildung zeigt sich in der flexiblen und vernetzten Nutzung dieser prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Beide Bereiche müssen somit Gegenstand des Unterrichts und der Leistungsbewertung sein.

3.1 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6

|  Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren | |
|---|--|
| | Schülerinnen und Schüler |
| Lesen | <ul style="list-style-type: none"> • geben Informationen aus einfachen mathemathaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder |
| Verbalisieren | <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen |
| Kommunizieren | <ul style="list-style-type: none"> • arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team • sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen, finden, erklären und korrigieren Fehler |
| Präsentieren | <ul style="list-style-type: none"> • präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen |
| Vernetzen | <ul style="list-style-type: none"> • setzen Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung (z. B. Produkt und Fläche; Quadrat und Rechteck; natürliche Zahlen und Brüche; Länge, Umfang, Fläche und Volumen) |
| Begründen | <ul style="list-style-type: none"> • nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen) |



Problem lösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen

| Schülerinnen und Schüler | |
|--|---|
| Erkunden | <ul style="list-style-type: none">• geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen ihnen die relevanten Größen• finden in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen• ermitteln Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen• nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen• wenden die Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an• deuten Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung |
| Lösen | |
| Reflektieren | |
| Modellieren – Modelle erstellen und nutzen | |
| | |
| Schülerinnen und Schüler | |
| Mathematisieren | <ul style="list-style-type: none">• übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme) |
| Validieren | <ul style="list-style-type: none">• überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realisierung |
| Realisieren | <ul style="list-style-type: none">• ordnen einem mathematischen Modell (Term, Figur, Diagramm) eine passende Realisierung zu |

Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden

| Schülerinnen und Schüler | |
|--------------------------|--|
| Konstruieren | <ul style="list-style-type: none">• nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen |
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none">• nutzen Präsentationsmedien (z. B. Folie, Plakat, Tafel)• dokumentieren ihre Arbeit, ihre eigenen Lernwege und aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse (z. B. im Lerntagbuch, Merkheft) |
| Recherchieren | <ul style="list-style-type: none">• nutzen selbst erstellte Dokumente und das Schulbuch zum Nachschlagen |

| Schülerinnen und Schüler | |
|--------------------------|--|
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none">stellen ganze Zahlen auf verschiedene Weise dar (Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerttafel, Wortform)stellen einfache Bruchteile auf verschiedene Weise dar: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlengerade; sie deuten sie als Größen, Operatoren und Verhältnisse und nutzen das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergroßern bzw. Verfeinern der Einteilungdeuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengerade dar; führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durchstellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darordnen und vergleichen Zahlen und runden natürliche Zahlen und Dezimalzahlenführen Grundrechenarten aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit<ul style="list-style-type: none">- natürlichen Zahlen- ganzen Zahlen (nur Addition und Multiplikation)- endlichen Dezimalzahlen- einfachen Brüchenbestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10 an |
| Ordnen | |
| Operieren | <ul style="list-style-type: none">wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorzeile, Techniken des Überschlags und die Probe als Rechenkontrollebestimmen Anzahlen auf systematische Weise |
| Anwenden | |
| Systematisieren | |

| Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden | |
|---|---|
| | Schülerinnen und Schüler |
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none"> stellen Beziehungen zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen und Diagrammen dar |
| Interpretieren | <ul style="list-style-type: none"> lesen Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ab |
| Anwenden | <ul style="list-style-type: none"> erkunden Muster in Beziehungen zwischen Zahlen und stellen Vermutungen auf nutzen gängige Maßstabsverhältnisse |
| Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen | |
| | Schülerinnen und Schüler |
| Erfassen | <ul style="list-style-type: none"> verwenden die Grundbegriffe Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Abstand, Radius, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren benennen und charakterisieren Figuren und Grundkörper (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Rauten, Trapeze, Kreis, Dreieck (rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke, Quader, Würfel) und identifizieren sie in ihrer Umwelt |
| Konstruieren | <ul style="list-style-type: none"> zeichnen grundlegende ebene Figuren (parallele und senkrechte Geraden, Winkel, Rechtecke, Quadrate, Kreise) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant) skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Würfeln und Quadern und stellen die Körper her |
| Messen | <ul style="list-style-type: none"> schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken, Dreiecken, Parallelogrammen und daraus zusammengesetzten Figuren schätzen und bestimmen Längen, Winkel, Umfänge von Vielecken sowie Oberflächen und Volumina von Quadern |



Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

| Schülerinnen und Schüler | |
|--------------------------|--|
| Erheben | • erheben Daten und fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen |
| Darstellen | • stellen Häufigkeitstabellen zusammen und veranschaulichen diese mithilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen |
| Auswerten | • bestimmen relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median |
| Beurteilen | • lesen und interpretieren statistische Darstellungen |

3.2 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8

|  Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren | |
|---|--|
| | Schülerinnen und Schüler |
| Lesen | <ul style="list-style-type: none"> • ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf), strukturieren und bewerten sie |
| Verbalisieren | <ul style="list-style-type: none"> • ziehen Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen, analysieren und beurteilen die Aussagen • erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen |
| Kommunizieren | <ul style="list-style-type: none"> • vergleichen und bewerten Lösungsways, Argumentationen und Darstellungen • präsentieren Lösungsways und Problembearbeitungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen und Vorträgen |
| Präsentieren | <ul style="list-style-type: none"> • geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an (z. B. Propor- |
| Vernetzen | <ul style="list-style-type: none"> • tionalität, Viereck) • setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (z. B. Gleichungen und Grafen, Gleichungssysteme und Grafen) |
| Begründen | <ul style="list-style-type: none"> • nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen |



Problemlösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen

| Schülerinnen und Schüler | |
|---------------------------------|--|
| Erkunden | <ul style="list-style-type: none">• untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und stellen Vermutungen auf |
| Lösen | <ul style="list-style-type: none">• planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems• nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität• überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege• wenden die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“ an• nutzen verschiedene Darstellungsformen (z. B. Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung• überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzieren• überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit |
| Reflektieren | |
| | Modellieren – Modelle erstellen und nutzen |
| Mathematisieren | <ul style="list-style-type: none">• übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) |
| Validieren | <ul style="list-style-type: none">• überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell |
| Realisieren | <ul style="list-style-type: none">• ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graf, Gleichung) eine passende Realsituation zu |

| Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden | |
|--|--|
| Schülerinnen und Schüler | |
| Erkunden | <ul style="list-style-type: none"> nutzen mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme |
| Berechnen | <ul style="list-style-type: none"> nutzen den Taschenrechner |
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none"> tragen Daten in elektronischer Form zusammen und stellen sie mithilfe einer Tabellenkalkulation dar |
| Recherchieren | <ul style="list-style-type: none"> nutzen eine Formelsammlung, Lexika, Schulbücher und das Internet zur Informationsbeschaffung |
| $\frac{x+y}{2}$ Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen | |
| Schülerinnen und Schüler | |
| Ordnen | <ul style="list-style-type: none"> ordnen und vergleichen rationale Zahlen |
| Operieren | <ul style="list-style-type: none"> wenden das Radizieren als Umkehren des Potenzierens an; sie berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf führen Grundrechenarten für rationale Zahlen aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor; sie nutzen binomische Formeln als Rechenstrategie lösen lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle |
| Anwenden | <ul style="list-style-type: none"> verwenden ihre Kenntnisse über rationale Zahlen, lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme |
| Systematisieren | <ul style="list-style-type: none"> unterscheiden rationale und irrationale Zahlen |

| Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden | |
|---|---|
| Darstellen | <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Grafen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen |
| Interpretieren | <ul style="list-style-type: none"> interpretieren Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge identifizieren proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Real-situationen |
| Anwenden | <ul style="list-style-type: none"> wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung) |
| Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen | |
| Erfassen | <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> benennen und charakterisieren Prismen und Zylinder und identifizieren sie in ihrer Umwelt |
| Konstruieren | <ul style="list-style-type: none"> zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen |
| Messen | <ul style="list-style-type: none"> schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und zusammengesetzten Figuren, sowie Oberflächen und Volumina von Prismen und Zylindern |
| Anwenden | <ul style="list-style-type: none"> erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz |



Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

| Schülerinnen und Schüler | |
|--------------------------|--|
| Erheben | <ul style="list-style-type: none">• planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung auch eine Tabellenkalkulation |
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none">• veranschaulichen ein- und zweistufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen• nutzen Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots• benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten• verwenden ein- oder zweistufige Zufallsexperimente zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen |
| Auswerten | <ul style="list-style-type: none">• bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Laplace-Regel• bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Pfadregeln |
| Beurteilen | <ul style="list-style-type: none">• interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen |

3.3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 9

| Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren | |
|---|--|
| Verbalisieren | Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none">erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen |
| Kommunizieren | <ul style="list-style-type: none">überprüfen und bewerten Problembearbeitungen |
| Begründen | <ul style="list-style-type: none">nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten |
| ?✓ Problemlösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen | |
| Erkunden | Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none">zerlegen Probleme in Teilprobleme |
| Lösen | <ul style="list-style-type: none">wenden die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ an |
| Reflektieren | <ul style="list-style-type: none">vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien und bewerten sie |

| | |
|---|---|
| | Modellieren – Modelle erstellen und nutzen |
|  | <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation finden zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen |
| | Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden |
|  | <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wählen ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Funktionenplotter) aus und nutzen es wählen geeignete Medien für die Dokumentation und Präsentation aus nutzen selbstständig Print- und elektronische Medien zur Informationsbeschaffung |

| Schülerinnen und Schüler | |
|---------------------------------|--|
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none">• lesen und schreiben Zahlen in Zehnerpotenz-Schreibweise und erläutern die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten• lösen einfache quadratische Gleichungen, d.h. quadratische Gleichungen, auf die ein Lösungsverfahren (z.B. Faktorisieren, pq-Formel) unmittelbar angewendet werden kann• verwenden ihre Kenntnisse über quadratische Gleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme |
| Operieren | |
| Anwenden | |

| Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden | |
|--|---|
| Schülerinnen und Schüler | |
| Darstellen | <ul style="list-style-type: none">• stellen lineare und quadratische Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und in Termen dar, wechseln zwischen diesen Darstellungen und benennen ihre Vor- und Nachteile• stellen die Sinusfunktion mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und in Termen dar• deuten die Parameter der Termdarstellungen von linearen und quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung und nutzen dies in Anwendungssituationen• wenden lineare und quadratische Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an• wenden exponentielle Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen aus dem Bereich Zinsseszins an• verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge |
| Interpretieren | |
| Anwenden | |

| Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen | |
|--|--|
| Erfassen | Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • benennen und charakterisieren Körper (Pyramiden, Kegel, Kugeln) und identifizieren sie in ihrer Umwelt |
| Konstruieren | <ul style="list-style-type: none"> • skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Zylindern, Pyramiden und Kegeln und stellen die Körper her • vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabsgetreu |
| Messen | <ul style="list-style-type: none"> • schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina von Pyramiden, Kegeln und Kugeln |
| Anwenden | <ul style="list-style-type: none"> • berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras und die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales • beschreiben und begründen Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen |
| Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten | |
| Beurteilen | Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • analysieren grafische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen • nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten |

3.4 Überblick über die Jahrgangsstufen

| |  Argumentieren/ Kommunizieren |  Problemlösen |  Modellieren |  Werkzeuge, Medien |
|-----|---|--|---|---|
| 5/6 | <ul style="list-style-type: none"> • Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen • Erläutern von Rechenwegen • Intuitives Begründen | <ul style="list-style-type: none"> • Beispiele finden • Überprüfen durch Probieren • Schätzen, Überschlagen • Ergebnisse deuten | <ul style="list-style-type: none"> • Erstellen von Termen, Figuren und Diagrammen zu Sachaufgaben • im Modell gewonnene Lösung an Realisituationen überprüfen • Angeben von Realisituationen zu Figuren, Termen und Diagrammen | <ul style="list-style-type: none"> • Lineal, Geodreieck, Zirkel • Plakat, Tafel • Lerntagebuch, Merkheft |
| 7/8 | <ul style="list-style-type: none"> • Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen und Grafen • Informationen aus authentischen Texten (Zeitung) • Präsentation und Bewertung von Lösungswegen • mehrschrittige Argumentationen | <ul style="list-style-type: none"> • Zurückführen auf Bekanntes • Spezialfälle finden • Verallgemeinern • Untersuchen von Zahlen und Figuren • Überprüfen auf mehrere Lösungen und Lösungswege • Überprüfen von Ergebnissen und Lösungswegen | <ul style="list-style-type: none"> • Aufstellen von Gleichungen, Zuordnungen, Funktionen, Gleichungssystemen und Zufallsversuchen zu Realisituationen • Angeben von Realisituationen zu Tabellen, Grafen, Gleichungen • Modelle verändern und anpassen | <ul style="list-style-type: none"> • Taschenrechner • Tabellenkalkulation • Geometriesoftware • Funktionenplotter • Formelsammlung, Lexika, Internet |
| 9 | <ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung und Bewertung von Problembearbeitungen • Argumentationsketten | <ul style="list-style-type: none"> • Zerlegen von Problemen • Vorwärts-/ Rückwärtsarbeiten • Bewerten von Lösungswegen | <ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Modelle in Realisituationen und Realisituationen in mathematische Modelle übersetzen • Modelle vergleichen und bewerten | <ul style="list-style-type: none"> • Auswahl von Werkzeugen • Auswahl von Präsentationsmedien • Selbstständige Nutzung von Print- und elektronischen Medien |

| $\frac{x+y}{2}$ | Arihmetik/Algebra | Funktionen | Geometrie | Stochastik |
|-----------------|---|---|---|--|
| 5/6 | <ul style="list-style-type: none"> Grundrechenarten Ganze Zahlen (nur Addition und Multiplikation) einfache Brüche und endliche Dezimalzahlen Größen Ordnen, Vergleichen, Runden Zahlengerade Rechenvorfälle, Teiler und Vielfache | <ul style="list-style-type: none"> Tabellen und Diagramme Muster bei Zahlen Maßstab | <ul style="list-style-type: none"> ebene Figuren Umfang und Fläche von Dreiecken und Vierecken Quader und Würfel Oberfläche und Volumen Schrägbilder, Netze, Körpermodelle | <ul style="list-style-type: none"> Ur- und Strichlisten Häufigkeitstabellen, Säulendiagramme, Kreisdiagramme arithmetisches Mittel, Median |
| 7/8 | <ul style="list-style-type: none"> Rechnen mit rationalen Zahlen Termumformungen lineare Gleichungen lineare Gleichungssysteme irrationale Zahlen Potenzieren, Radizieren | <ul style="list-style-type: none"> Wertetabellen, Grafen und Terme proportionale und antiproportionale Zuordnungen lineare Funktionen Prozentrechnung, Zinsrechnung | <ul style="list-style-type: none"> Eigenschaften von Figuren Zeichnen von Dreiecken Umfang und Fläche von Kreisen (Kreisberechnung) Säulen (Prismen, Zylinder) | <ul style="list-style-type: none"> Planung und Durchführung von Erhebungen Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit einstufige und zweistufige Zufallsexperimente Baumdiagramme Laplaceregeln und Pfadregeln Boxplots |
| 9 | <ul style="list-style-type: none"> Zehnerpotenzschreibweise Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten einfache quadratische Gleichungen | <ul style="list-style-type: none"> Darstellungswechsel (in Worten, Tabelle, Graf, Term) quadratische Funktionen exponentielle Funktionen im Kontext Zinsseszins Sinusfunktion | <ul style="list-style-type: none"> Spitzkörper (Pyramiden, Kegel) und Kugeln geometrische Größen bestimmen Sinus, Kosinus und Tangens Satz des Pythagoras Vergrößern, Verkleinern, Ähnlichkeit | <ul style="list-style-type: none"> Analyse von grafischen Darstellungen Beurteilung von Chancen und Risiken |

4 Muster- und Modellaufgaben

Muster- und Modellaufgaben veranschaulichen und konkretisieren die in Kapitel 3 ausgeführten Kompetenzerwartungen für die verschiedenen Jahrgangsstufen. An den Aufgaben lassen sich Art, Höhe und Umfang der Kompetenzerwartungen ablesen.

Einen Satz von Aufgaben, der speziell mit Blick auf die Kernlehrpläne Mathematik G8 zusammengestellt wurde, kann im PDF-Format unter der Internetadresse

<http://www.kernlehrplaene.nrw.de>

heruntergeladen werden.

Für den Mathematikunterricht stellen diese Muster- und Modellaufgaben beispielhaft Probleme dar, die Schülerinnen und Schüler auf der Grundlage der am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufe erworbenen Kompetenzen lösen können. Sie zeigen an komplexen und offenen Ausgangssituationen, wie Schülerinnen und Schüler über unterschiedliche prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen verfügen und diese kombinieren müssen, um in inner- und außermathematischen Situationen mathematikbezogene Fragen lösen, reflektieren und bewerten zu können.

Die Muster- und Modellaufgaben können auch im Unterricht eingesetzt werden, um im Laufe der jeweiligen Jahrgangsstufen Lerngelegenheiten zu bieten, anregende Fragen aufzuwerfen oder um neue Begriffe und Verfahren zu erarbeiten. Am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufe (oder später) können sie dazu dienen, festzustellen, ob und auf welchem Niveau Schülerinnen und Schüler die in Kapitel 3 genannten Kompetenzerwartungen erfüllen. Zu diesem Zweck decken die Aufgaben jeweils ein breites Spektrum über alle Kompetenzbereiche hinweg ab. Hinweise zum Einsatz und wesentliche Kompetenzen zur Bearbeitung der Aufgaben werden im Anschluss an die jeweiligen Aufgabenstellungen aufgeführt.

Da es sich bei den vorliegenden Kernlernlehrplänen um eine Weiterentwicklung der 2004 in Kraft gesetzten Kernlehrpläne handelt, gibt es mittlerweile zahlreiche Aufgabensammlungen mit unterschiedlichen Zielsetzungen, auf die zur Unterrichtsplanung, -gestaltung und –auswertung zurückgegriffen werden kann. Weiterführende Hinweise befinden sich im Internet.

5 Leistungsbewertung

Die rechtlich verbindlichen Grundsätze der Leistungsbewertung sind im Schulgesetz (§ 48 SchulG) sowie in der Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die Sekundarstufe I (§ 6 APO - SI) dargestellt. Demgemäß sind bei der Leistungsbeurteilung von Schülerinnen und Schülern erbrachte Leistungen in den Beurteilungsbereichen "Schriftliche Arbeiten", "Sonstige Leistungen im Unterricht" sowie die Ergebnisse zentraler Lernstandserhebungen angemessen zu berücksichtigen.

Während die „Sonstigen Leistungen im Unterricht“ sowie die "Schriftlichen Arbeiten" bei der Leistungsbewertung den gleichen Stellenwert besitzen, dürfen die Ergebnisse der Lernstandserhebungen lediglich ergänzend und in angemessener Form Berücksichtigung finden. Die in § 6 Abs. 8 der APO - SI eingeräumte Möglichkeit zum Ersatz einer Klassenarbeit durch eine nicht schriftliche Leistungsüberprüfung gelangt für das Fach Mathematik nicht zur Anwendung.

Die Leistungsbewertung insgesamt bezieht sich auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen.

Erfolgreiches Lernen ist kumulativ. Entsprechend sind die Kompetenzerwartungen in den Bereichen des Faches jeweils in ansteigender Progression und Komplexität formuliert. Dies bedingt, dass Unterricht und Lernerfolgsüberprüfungen darauf ausgerichtet sein müssen, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, grundlegende Kompetenzen, die sie in den vorangegangenen Jahren erworben haben, wiederholt und in wechselnden Kontexten anzuwenden. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der Lernerfolgsüberprüfungen Anlass, die Zielsetzungen und die Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen und ggf. zu modifizieren. Für die Schülerinnen und Schüler sollen sie eine Hilfe für weiteres Lernen darstellen.

Die Lernerfolgsüberprüfung ist daher so anzulegen, dass sie den in den Fachkonferenzen beschlossenen Grundsätzen der Leistungsbewertung entsprechen, dass die Kriterien für die Notengebung den Schülerinnen und Schülern transparent sind und die jeweilige Überprüfungsform den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglicht. Die Beurteilung von Leistungen soll demnach mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und individuellen Hinweisen für das Weiterlernen verbunden werden. Wichtig für den weiteren Lernfortschritt ist es, bereits erreichte Kompetenzen herauszustellen und die Lernenden – ihrem jeweiligen individuellen Lernstand entsprechen - zum Weiterlernen zu ermutigen. Dazu gehören auch Hinweise zu erfolgversprechenden individuellen Lernstrategien. Den Eltern sollten im Rahmen der Lern- und Förderempfehlungen Wege aufgezeigt werden, wie sie das Lernen ihrer Kinder unterstützen können.

Im Sinne der Orientierung an Standards sind grundsätzlich alle in Kapitel 3 des Lehrplans ausgewiesenen Bereiche („Argumentieren/Kommunizieren“, „Problemlösen“, „Modellieren“, „Werkzeuge“, „Arithmetik/Algebra“, „Funktionen“, „Geometrie“ und „Stochastik“) bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Dabei kommt

den prozessbezogenen Kompetenzen der gleiche Stellenwert wie den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu.

Hinsichtlich der einzelnen Beurteilungsbereiche gelten die folgenden Regelungen:

- **Schriftliche Arbeiten (Klassenarbeiten)**

Klassenarbeiten dienen der schriftlichen Überprüfung von Lernergebnissen. Sie sind so anzulegen, dass die Schülerinnen und Schüler im Unterricht erworbene Sachkenntnisse und Fähigkeiten nachweisen können. Sie bedürfen angemessener Vorbereitung und verlangen klar verständliche Aufgabenstellungen.

Die Aufgabenstellungen sollen die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln. Dabei dürfen sich schriftliche Arbeiten nicht auf Reproduktion beschränken. Schülerinnen und Schüler sollen zunehmend Aufgaben bearbeiten, bei denen es um Begründungen, die Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen geht. Hierbei sind besonders die in Kapitel 3 konkret formulierten prozessbezogenen Kompetenzen zu berücksichtigen. Es sind ebenfalls Aufgaben einzubeziehen, bei denen nicht von vornherein eine eindeutige Lösung feststeht, sondern bei denen Schülerinnen und Schüler individuelle Lösungs- oder Gestaltungsideen einbringen können. Anregungen hierzu finden sich in Kapitel 4.

Es ist erwünscht, Schülerinnen und Schüler bei der Auswahl der Aufgabentypen für eine Klassenarbeit angemessen zu beteiligen und so deren Fähigkeit zur Einschätzung der von ihnen erworbenen Kompetenzen zu stärken.

- **Sonstige Leistungen im Unterricht**

Der Bewertungsbereich "Sonstige Leistungen im Unterricht" erfasst die Qualität und Kontinuität der Beiträge, die die Schülerinnen und Schüler im Unterricht einbringen. Diese Beiträge sollen unterschiedliche mündliche und schriftliche Formen in enger Bindung an die Aufgabenstellung und das Anspruchsniveau der jeweiligen Unterrichtseinheit umfassen. Gemeinsam ist diesen Formen, dass sie in der Regel einen längeren, abgegrenzten, zusammenhängenden Unterrichtsbeitrag einer einzelnen Schülerin, eines einzelnen Schülers bzw. einer Gruppe von Schülerinnen und Schülern darstellen.

Zu „Sonstigen Leistungen“ zählen beispielsweise

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen,
- kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit),
- im Unterricht eingeforderte Leistungsnachweise, z. B. vorgetragene Hausaufgaben oder Protokolle einer Einzel- oder Gruppenarbeitsphase, angemessene Führung eines Heftes oder eines Lerntagebuchs sowie
- kurze, schriftliche Überprüfungen.

Neben den vorgestellten Formen der Beurteilung können auch alternative Bewertungsformen im Bewertungsbereich "Sonstige Leistungen" zur Notenfindung genutzt werden. Die Fachlehrerin bzw. der Fachlehrer kann z. B. Formen wie Portfolios oder langfristig vorzubereitende größere schriftliche Hausarbeiten über eine mathematikbezogene Fragestellung einsetzen. Die Durchführung und die Bewertungskriterien müssen den Schülerinnen und Schülern im Voraus transparent gemacht werden. Es ist zu empfehlen, ihnen die Anforderungen und Kriterien an Beispielen zu verdeutlichen.

- **Ergebnisse der Lernstandserhebungen**

Zentrale Lernstandserhebungen überprüfen, inwieweit die in den Kernlehrplänen enthaltenen Kompetenzerwartungen von den Schülerinnen und Schülern erreicht werden. Da sich die Anforderungen der Lernstandserhebungen nicht nur auf den vorhergehenden Unterricht beziehen, werden diese ergänzend zu den Beurteilungsbereichen "Schriftliche Arbeiten" und "Sonstige Leistungen im Unterricht" bei der Leistungsbewertung herangezogen. Für die Berücksichtigung von Lernstandserhebungen gilt Nr. 3 des Runderlasses "Zentrale Lernstandserhebung (Vergleichsarbeiten)" BASS 12-32 Nr. 4.

Das Verfahren zur Berücksichtigung der Lernstandserhebungsergebnisse bei der Leistungsbewertung muss dabei der Tatsache Rechnung tragen, dass die Lernstandserhebungen in erster Linie der Standortbestimmung von Klassen und Schulen im Hinblick auf die Kompetenzentwicklung von Lerngruppen dienen und vor allem die

anschließende Unterrichtsentwicklung befördern helfen sollen. Aufgrund der damit verbundenen Orientierung dieses Leistungstests an schul- und bildungsgangübergreifenden Kriterien sowie des ohne Kenntnis des konkret vorangegangenen Unterrichts erstellten Testinstruments muss die entsprechende Nutzung im Rahmen der Leistungsbewertung nach den genannten Vorgaben erfolgen. Eine unreflektierte unmittelbare Ableitung von Noten aus Testpunktwerten oder erreichten Kompetenzniveaus ist deshalb nicht sachgerecht.

Aus den zuvor genannten Gründen orientiert sich die Bewertung des individuellen Schülerergebnisses bei den Lernstandserhebungen an den bisher erbrachten Leistungen des einzelnen Schülers bzw. der Schülerin, der Bewertung der Aufgabenschwierigkeiten vor dem Hintergrund des erteilten Unterrichts sowie den von der Klasse oder Lerngruppe insgesamt bei den Lernstandserhebungen erzielten Ergebnissen.